ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
ЭМО–2003

10 класс

2.02.2003

▷ **1.** Статистика знает все. В городе Урюпинске 29% всех жителей наиболее благоприятным местом для жизни во Вселенной назвали Марс, 19,3% Сникерс, а оставшиеся 51,7% жителей уверены в том, что хороших мест для жизни нет нигде, включая Урюпинск. Аналогичная статистика среди той части урюпинских жителей, которые любят шоколад, такова: соответственно 50, 40 и 10%. Сколько процентов остальных жителей, которые не любят шоколад, считают, что хороших мест для жизни нет нигде, если 5,5% из них назвали Сникерс наиболее благоприятным местом для жизни?

▷ **2.** Корень трехчлена ax^2+bx+b умножили на корень трехчлена ax^2+ax+b и получили произведение 1. Найти эти корни.

▷ **3.** Последовательность $\{a_n\}$ задана равенствами $a_1=1$, $a_2=1$, $a_3=-1$, $a_n=a_{n-1}\cdot a_{n-3}$, $(n>3)$. Найдите $a_{2003}+a_{1999}$.

▷ **4.** Решить уравнение $\sqrt{1+\sqrt{2t-t^2}}+\sqrt{1-\sqrt{2t-t^2}}=\sqrt{2t}$.

▷ **5.** Функция f определена на множестве целых положительных чисел и удовлетворяет следующим условиям: $f(1)=1$, $f(3)=3$, $f(2n)=f(n)$, $f(4n+1)=2f(2n+1)-f(n)$, $f(4n+3)=3f(2n+1)-2f(n)$. Найдите число всех таких значений n, для которых $f(n)=n$ и $1\leqslant n\leqslant 2003$.

▷ **6.** На доске были записаны пять чисел. Затем эти числа стерли и написали их попарные суммы: 4, 8, 10, 12, 14, 18, 19, 21, 25, 29. Какие пять чисел были записаны на доске?

▷ **7.** Гражданин положил в банк некоторую сумму денег под постоянный (простой) месячный процент, рассчитывая получить за год доход 900 тыс. у.е. Через полгода ему пришлось снять со счета 400 тыс. у.е. Какова была величина исходного вклада, если в конце года сумма на счете составила 2 млн. у.е.?

▷ **8.** При каких a уравнение $\sin\sqrt{a-x^2}=1$ имеет семь решений.

▷ **9.** Найдите все натуральные n, для которых

$$6\text{НОД}(n,4)=\text{НОК}(n,6),$$

где НОД(a,b) — наибольший общий делитель чисел a и b
НОК — наименьшее общее простых чисел a и b.

▷ **10.** Пусть расстояния от некоторой точки M до вершин A, B и C треугольника ABC выражаются числами a, b и c. Доказать, что ни при каком $d\neq 0$ ни для одной точки плоскости расстояния до вершин в том же порядке не могут выражаться числами

$$\sqrt{a^2+d},\qquad \sqrt{b^2+d},\qquad \sqrt{c^2+d}.$$

ЭКОНОМИКО-МАТЕМ
Э
1
2.02.2003
▷ 1. Статистика знает все. В городе
гоприятным местом для жизни во
оставшиеся 51,7% жителей уверены
где, включая Урюпинск. Аналогичн
жителей, которые любят шоколад, т
процентов остальных жителей, кото
ших мест для жизни нет нигде, ес
благоприятным местом для жизни?
▷ 2. Корень трехчлена ax^2+bx+b
и получили произведение 1. Найти
▷ 3. Последовательность $\{a_n\}$ зада
$a_n=a_{n-1}\cdot a_{n-3}$, $(n>3)$. Найдите
▷ 4. Решить уравнение $\sqrt{1+\sqrt{2t-}}$
▷ 5. Функция f определена на мно
влетворяет следующим условиям: f
$2f(2n+1)-f(n)$, $f(4n+3)=3f($
значений n, для которых $f(n)=n$ и
▷ 6. На доске были записаны пять
их попарные суммы: 4, 8, 10, 12, 14
записаны на доске?
▷ 7. Гражданин положил в банк не
стой) месячный процент, рассчитыв
полгода ему пришлось снять со счет
ного вклада, если в конце года сумм
▷ 8. При каких a уравнение $\sin\sqrt{a}$
▷ 9. Найдите все натуральные n, д
6НОД$(n$
где НОД(a,b) — наибольший общий
НОК — наименьшее общее прост
▷ 10. Пусть расстояния от некоторо
ABC выражаются числами a, b и
для одной точки плоскости расстоя
выражаться числами
$\sqrt{a^2+d}$,